

Préparation de la rentrée 2020

Mathématiques – ECS1

À réviser pour la rentrée :

1. Règles et principes de calcul :
 - manipulation des inégalités ;
 - résolution d'équations ;
 - **formules avec les logarithmes** (logarithme d'un produit), **exponentielles** (exponentielle d'une somme, etc.), **puissances** ;
 - calcul avec les fractions : somme, produit, quotient ;
 - tables de multiplication...
2. Fonctions usuelles : exp, ln, fonctions trigonométriques.
3. Étude de fonctions : dérivabilité, **calcul de dérivée** (d'un produit, d'un quotient) et tableau de variation.
4. Suites.
5. Raisonnement par récurrence.
6. Calcul d'intégrales à l'aide d'une primitive.

Il est important de refaire des exercices d'entraînement de base sur ces notions, elles feront l'objet d'un test à la rentrée pour évaluer le niveau des élèves. Au concours, les calculatrices sont interdites donc il faut s'habituer dès maintenant à faire des calculs (numériques ou formels) sans calculatrice.

R. PEREYROL

Exercices à faire pour la rentrée

Exercice 1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

1. $9x^2 - 12x = 2$.

3. $\frac{1}{2x-5} = 3$.

4. $\ln(3x+2) - \ln(x+4) = 0$.

2. $-3x^2 + 2x - 2 = 0$.

5. $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$.

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

1. $2x^2 + x - 6 \geq 0$.

2. $|2x - 3| \leq 5$.

3. $\frac{1}{3x+2} \leq 1$.

Exercice 3

1. Pour x nombre réel, exprimer $\left(\frac{\sqrt{x^3}(x^2)^{-3}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{-2}$ comme une puissance de x .

2. Soit a et b deux nombres réels. Exprimer quand c'est possible en fonction de e^a et e^b les expressions suivantes :

a) e^{ab} .

b) e^{2a+b} .

c) e^{b-a} .

d) $e^{\frac{b}{3a}}$ ($a \neq 0$).

Exercice 4

1. Calculer $\int_0^1 3e^{2x} dx$.

2. Calculer $\int_{-1}^2 (5x^3 - x + 2) dx$.

Exercice 5

Soit u la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{u_n + 1}$.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 1$.

Exercice 6

Calculer les dérivées des fonctions f définies par les relations suivantes :

1. $f(x) = (x^2 - 5x + 1)e^x$.

2. $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$.

3. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$.

Montrer que f est dérivable et dresser le tableau de variation de f .

Exercice 8

Soit la suite u définie par : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{4^n}{3^{2n+1}}$.

Montrer que la suite u est géométrique et déterminer sa raison ainsi que sa limite si elle existe.

Exercice 9

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1-x^2}{2+x}$.

1. Déterminer son ensemble de définition D_f .

2. Calculer la dérivée de f .

3. Dresser le tableau de variation de f .

4. Montrer qu'il existe un nombre réel a tel que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = -x + 2 - \frac{a}{x+2}$.

5. Tracer la courbe représentative de f .